Uitwerkingen Hst 7 deel vwo A/C 2
Toenamediagrammen.

1a. Vanaf 2002 begon de werkgelegenheid terug te lopen. Er waren 140.000 banen.
b. De toename was in 2004 : 20.000 banen.
c. Voor juli 1998 nam de toename steeds sneller toe. Na juli 1998 werd de toename steeds langzamer.

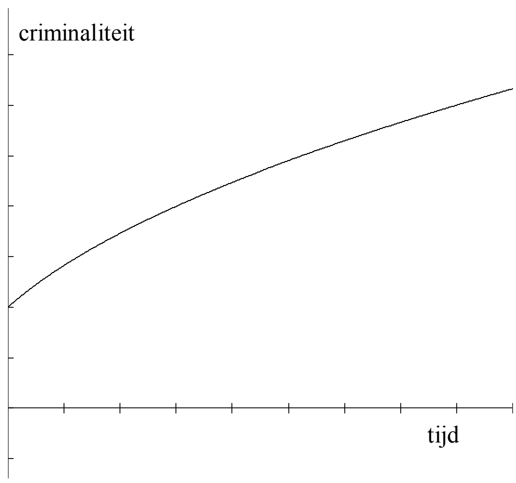
2. < ← , -2 > ; < -1 , 0 > ; [1 , 3] ; < 5 , → >

3. Klasse A : < 23 , 40> ; klasse B : [40 , 80] en klasse C : < 80 , 120 >

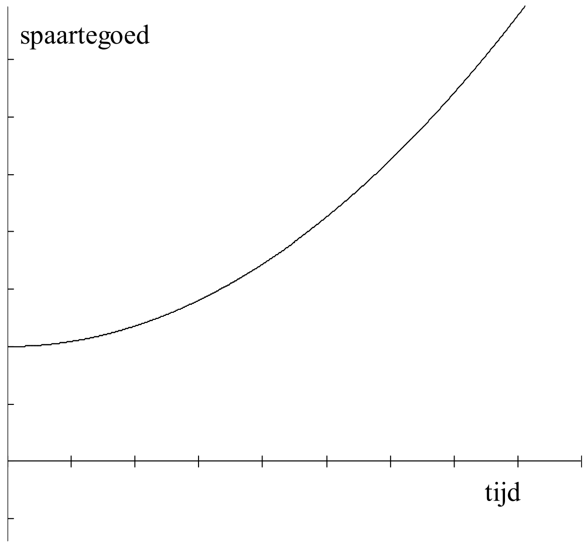
4.
a. De grafiek is stijgend voor : < ← , 1> en < 3 , 5 >
b. Dalend voor : < 1 , 3 > en < 5 , → >
c. Afnemend dalend voor : <2 , 3 >
d. Toenemend stijgend voor : < 3 , 4 >
e. Het absolute maximum is 3.
f. Het minimum is bij $x = 3$. Het minimum is daar 0.

5.
a. Toenemend stijgend voor : < ← , 2 > en < 6 , → >
b. Afnemend stijgend voor : < 2 , 4 > .
c. Toenemend dalend voor : < 4 , 5 >
d. Afnemend dalend voor : < 5 , 6 >

6.

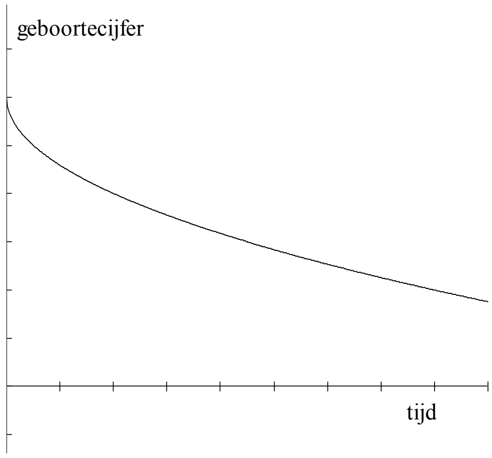


a. Afnemend stijgend



b. Toenemend stijgend

c. Afnemend dalend



7.

a. Het absolute maximum is 45%.

b. Afnemend stijgend in de periode : 2030 – 2040 Als interval : < 2030 , 2040 >

c. In 2020 is volgens de grafiek 30% grijs. Dat is dus 3,2 miljoen. $\Rightarrow$

Het totale aantal van 20 – 64 is dan : $\frac{100}{30}.3,2$ miljoen ≈ 10,7 miljoen.

d. Het absolute maximum is : 72% in 1960 en het absolute minimum is : 35% in 2020.

e. Toenemend dalend voor 1960 – 1990 ; Afnemend dalend voor <1990 , 2000 > :
Toenemend dalend voor < 2000 , 2015 > ; Afnemend dalend voor < 2015 , 2020 > ;
Toenemend stijgend voor < 2020 , 2025 > en afnemend stijgend voor < 2025 , 2030 >.

f. Er waren toen volgens de grafiek 55% mensen van 20 tot 64.

Het totale aantal was toen : $\frac{100}{55}.8,0$ = 4,4 miljoen.

g. De groene en de grijze druk zijn ieder 40% in 2030.
Er zijn 9,9 miljoen 20 t/m 64 jarigen . Verder zijn er 40% ouderen dus 0,4 . 9,9 .
ook 40% jongeren dus 0,4 . 9.9.
In totaal zijn er dus 9,9 + 0,4 . 9,9 + 0,4 . 9,9 = 18,82 miljoen inwoners.

h. Dat kan als er b.v. 70 % jongeren zijn en 40% ouderen op een totaal van 20-t/m 64 jaar.
We hebben dan 110% van de middengroep.

i. We bekijken eerst de tabel van de som.

Jaar	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020	2030	2040	2050
som	87	81	72	60	59	62	66	80	85	80

Uit de tabel blijkt dat de demografische druk minimaal is in het jaar 2000.

8.

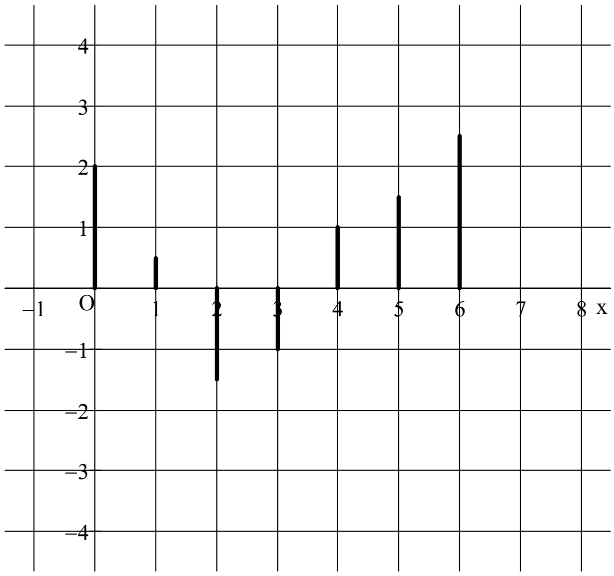
a. We krijgen: 245 – 15 + 30 – 45 = 215 $\Rightarrow$ In 2001 waren 215000 koolmezen.

b. In 2001 waren 45000 koolmezen minder dan in 2000 . Het zegt niets over het minimum . Na 2001 is er eerst een toename van 35 en vervolgens een afname van 30 en van 20 . Dat betekent , dat er in 2004 minder koolmezen zijn dan in 2001. Dus geen minimum in 2001.

9a.

$\Delta x = 1$ en x in het interval [-1 , 6]

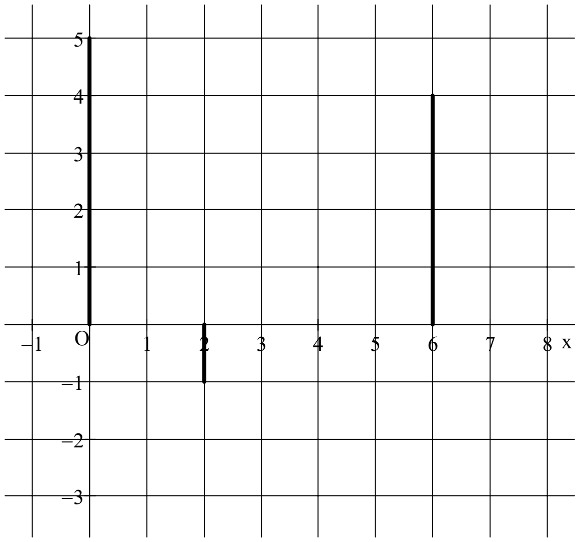
x	y	Δy
-1	0	-
0	2	2
1	2,5	0,5
2	1	-1,5
3	0	-1
4	1	1
5	2,5	1,5
6	5	2,5



b.

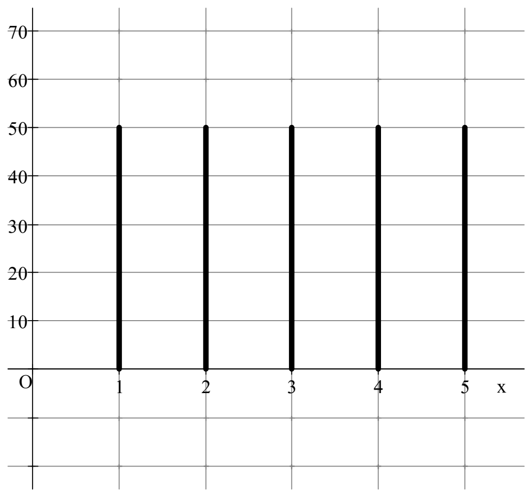
x op het interval [-2 , 6]
met $\Delta x = 2$

x	y	Δy
-2	-3	-
0	2	5
2	1	-1
4	1	0
6	5	4



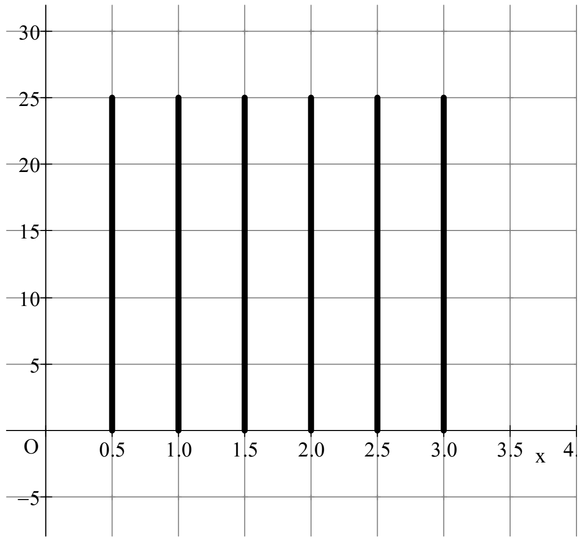
10a.

x	y	Δy
0	100	-
1	150	50
2	200	50
3	250	50
4	300	50
5	350	50



b.

x	y	Δy
0	100	-
0,5	125	25
1	150	25
1,5	175	25
2	200	25
2,5	225	25
3	250	25



c. De toenamen zijn steeds gelijk dus de lijnstukken zijn ook gelijk.

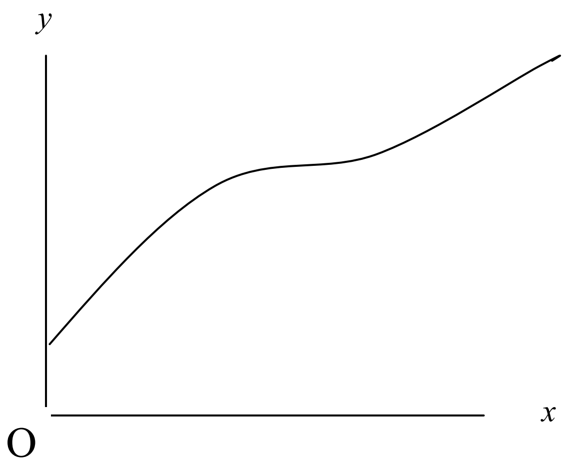
d. Bij een horizontale lijn zijn er geen toenamen dus hebben de lijnstukken de lengte 0.

11.

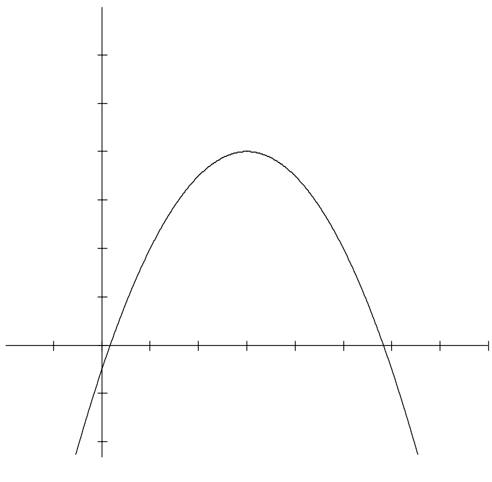
a. Steeds dezelfde afname $\Rightarrow$ constante daling.
b. De toename wordt steeds minder $\Rightarrow$ afnemende stijging
c. De toename wordt steeds meer $\Rightarrow$ toenemende stijging
d. De afnamen worden steeds meer $\Rightarrow$ toenemende daling

12.

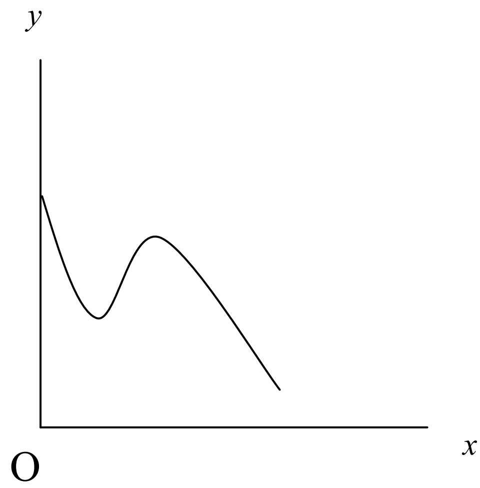
a. Eerst een afnemende stijging en vervolgens een toenemende stijging en verder symmetrisch van elkaar.



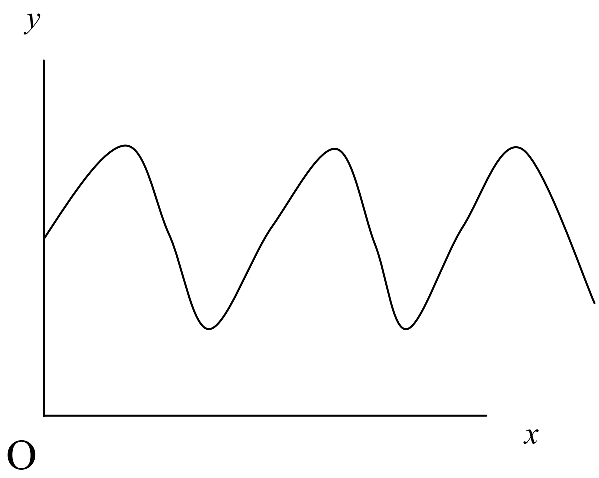
b. Eerst een afnemende stijging en vervolgens een toenemende daling



c. Eerst een afnemende daling , vervolgens even een lichte stijging en daarna weer een lichte daling.

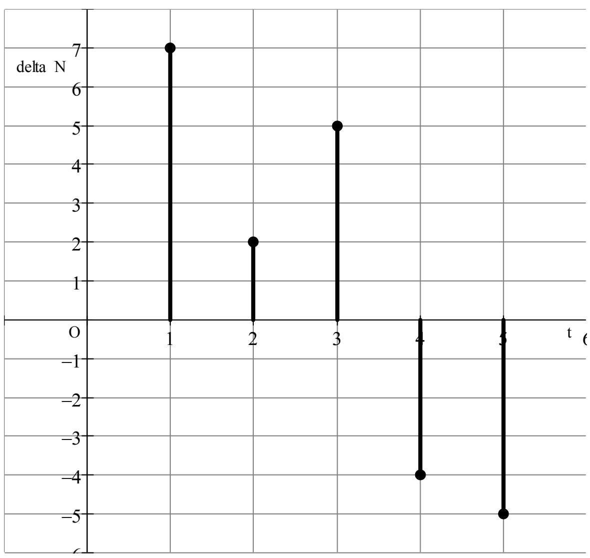


d. Eerst stijgen dan dalen en vervolgens weer stijgen enz.



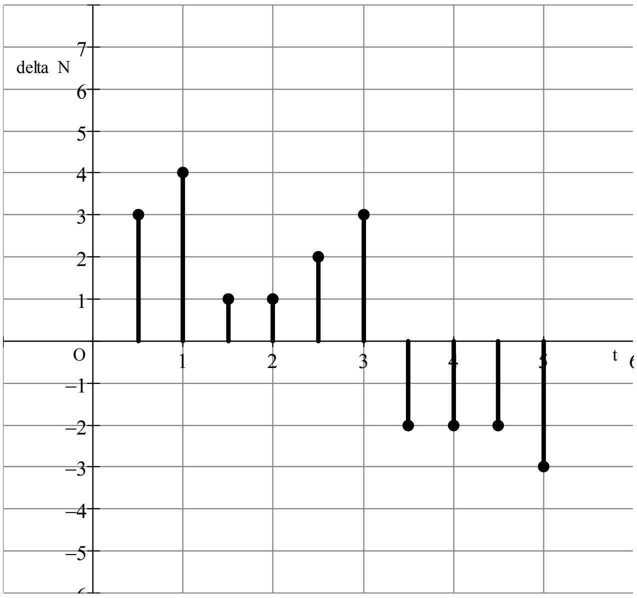
13.
a.

t	N	ΔN
0	18	-
1	25	7
2	27	2
3	32	5
4	28	-4
5	23	-5



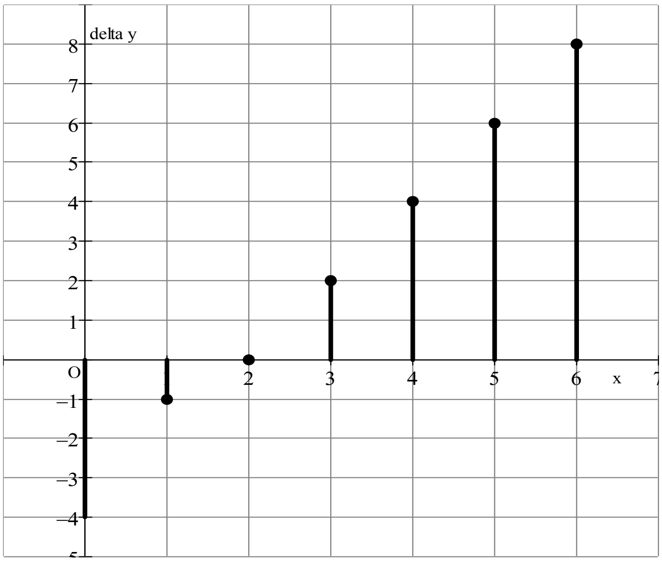
b. We hoeven er nu alleen voor te zorgen dat de toename per jaar het zelfde blijft.

t	N	ΔN
0	18	-
0,5	21	3
1	25	4
1,5	26	1
2	27	1
2,5	29	2
3	32	3
3,5	30	-2
4	28	-2
4,5	26	-2
5	23	-3



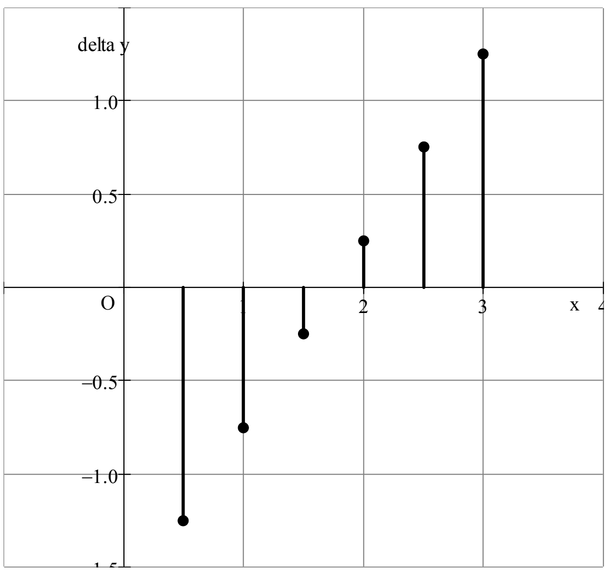
14. Gegeven $f(x) = x^2 - 3x - 3$

x	y	Δy
-1	1	-
0	-3	-4
1	-5	-2
2	-5	0
3	-3	2
4	1	4
5	7	6
6	15	8



b.

x	y	Δy
0	-3	-
0,5	-4,25	-1,25
1	-5	-0,75
1,5	-5,25	-0,25
2	-5	0,25
2,5	-4,25	0,75
3	-3	1,25

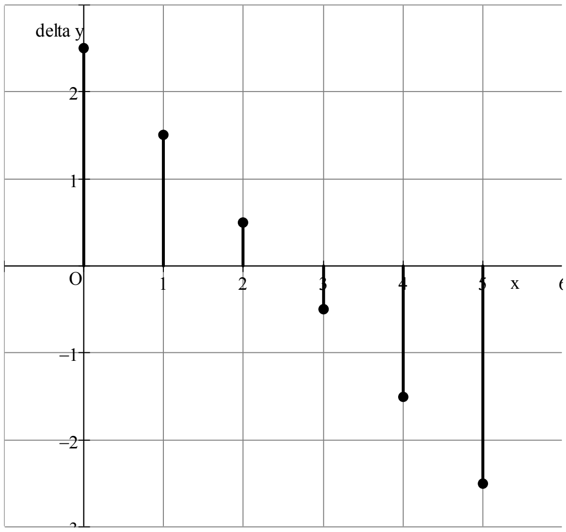


14c. Eerst een afnemende daling en vervolgens een toenemende stijging.

15. $N = -0{,}5t^2 + 2t + 45$

a.

t	N	ΔN
-1	42,5	-
0	45	2,5
1	46,5	1,5
2	47	0,5
3	46,5	-0,5
4	45	-1,5
5	42,5	-2,5

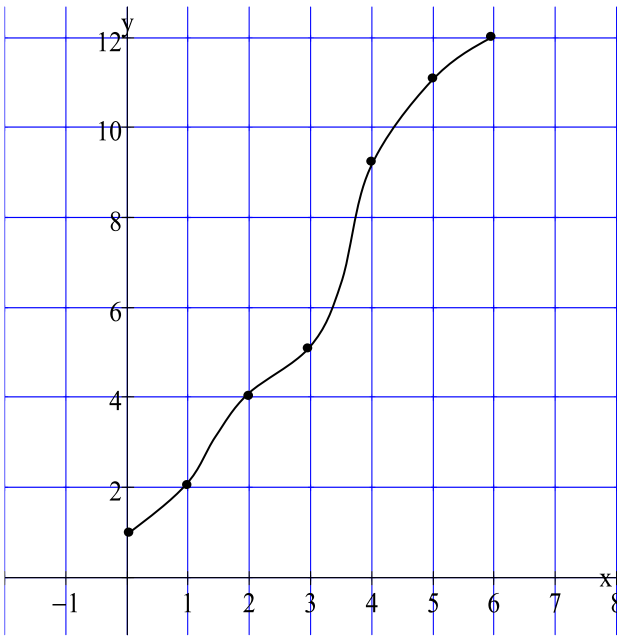


b. We hebben eerst een afnemende stijging en dan een toenemende daling.

16a. De grafiek gaat door (0,1) vervolgens neemt de x met 1 toe en de y-waarde volgens het toenamediagram ook met 1 toe. $\Rightarrow$ de grafiek gaat dus ook door (1,2).

b.

x	y
0	1
1	2
2	4
3	5
4	9
5	11
6	12

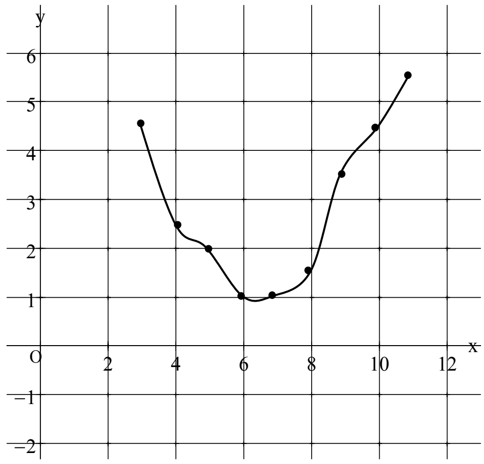


c. Je weet alleen de coördinaten van de roosterpunten. Daar tussen in kan nog van alles.

17. Temperatuurverloop van 3.00 uur tot 11.00 uur. ; om 5.00 uur was het 2º C.

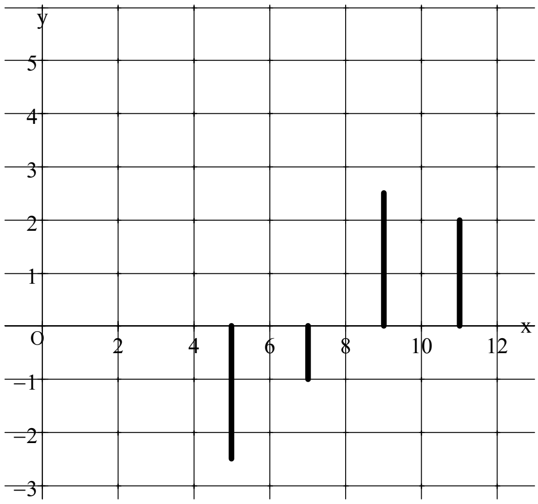
a. We gaan aan de hand van het toenamediagram een tabel maken van de roosterpunten.

t	*T*
3	4,5
4	2,5
5	2
6	1
7	1
8	1,5
9	3,5
10	4,5
11	5,5



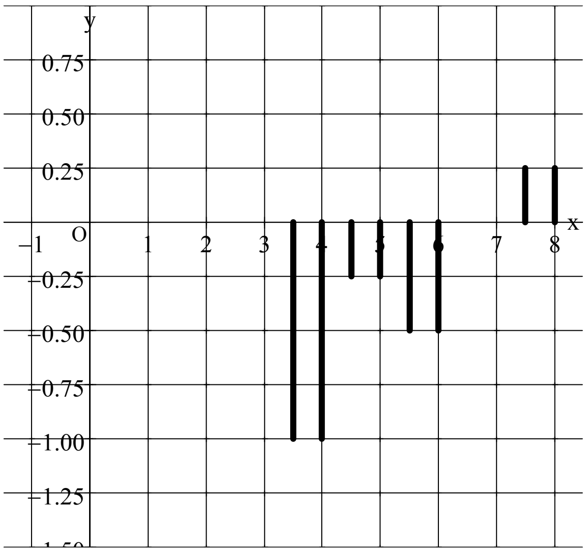
b. Toenamediagram met $\Delta t = 2$

t	T	ΔT
3	4,5	
5	2	-2,5
7	1	-1
9	3,5	2,5
11	5,5	2



c. Nu op het interval [3,8] met $\Delta t = 0{,}5$

t	*T*	Δ*T*
3	4,5	
3,5	3,5	-1
4	2,5	-1
4,5	2,25	-0,25
5	2	-0,25
5,5	1,5	-0,5
6	1	-0,5
6,5	1	0
7	1	0
7,5	1,25	0,25
8	1,5	0,25



18.

a. De hoogste punten zijn bij $t = 1$; $t = 5$; $t = 9$ en $t = 12$.

b. 1 oktober dan $t = 9$ en 1 mei bij $t = 4$. Na $t = 4$ krijgen we : $+ 5 – 10 – 15 – 20 + 5 = -35 \Rightarrow$ Op 1 oktober waren er minder werklozen. Namelijk 35000 minder.

c. 1 februari : $t = 3$ en 1 augustus bij $t = 7$.
Na $t = 7$ krijgen we : $-20 + 5 – 10 + 5 + 35 – 30 = - 15 \Rightarrow$ 15000 minder werklozen op 1 februari 2006.

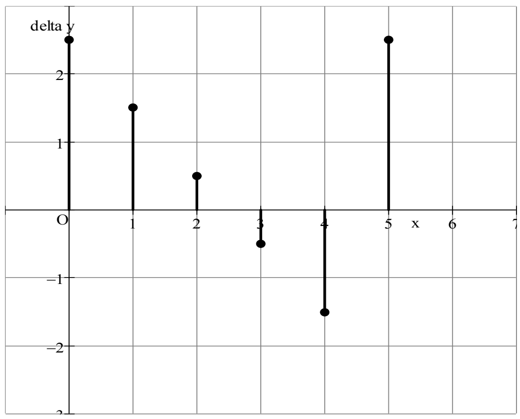
d. Op 1 augustus is $t = 7$ en op 1 januari 2005 geldt $t = 0$. Stel het aantal werklozen op 1 januari 2005 is x keer 1000. We krijgen dan :
$x + 20 – 5 – 15 – 10 + 5 – 10 -15 = 475$ □ $x – 30 = 475$ □ $x = 505 \Rightarrow$ Op 1 januari 2005 waren er 505000 werklozen.

e. 1 augustus bij $t = 7$ en 1 december bij $t = 11$.
Na $t = 7$ krijgen we : $475 -20 + 5 – 10 + 5 = 475 – 20 = 455. \Rightarrow$
De afname is : $\dfrac{20}{475}.100\% \approx 4{,}2\%$

19.

a. Bij een hoogste punt heb je eerst een toename en dan een afname. Dus eerst lijnstukjes boven de x-as en dan lijnstukjes onder de x-as.

b. Bij een laagste punt is het net andersom.
Zie de figuur hiernaast.



20. De toenamen lijken steeds kleiner. Hij had echter ook moeten kijken naar de gegeven perioden ,daarvan zijn de lengten niet gelijk. Dit geeft dus een vertekend beeld.

21.

a. Op het interval [2 , 4] geldt: $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{5-1}{4-2} = \dfrac{4}{2} = 2$

b. Op het interval [2 , 6] geldt : $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{3-1}{6-2} = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$

c. Op het interval [-3 , 0] geldt : $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{0-1}{0-(-3)} = \dfrac{-1}{3} = -\dfrac{1}{3}$

d. Dan moet het stijgen en het dalen in evenwicht zijn. Bijv. op het interval [3 , 6]

22.

a. Op het interval [3 , 5] geldt dan : $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{7000-2500}{5-3} = \frac{4500}{2} = 2250$

b. Op het interval [3 , 5] geldt dan : $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{8500-1000}{6-2} = \frac{7500}{4} = 1875$

c. Zo tussen de 3^e en de 4^e dag horen de meeste mensen het gerucht voor het eerst , want dan is $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ het grootst.

23.

a. De gemiddelde toename is dan : $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{12500-8500}{6000-4000} = \frac{4000}{2000} = 2$ euro per transformator.

b. Op het interval [1000 , 3000] : $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{8000-6500}{3000-1000} = \frac{1500}{2000} = 0,75$

c. De helling van de lijn AB : $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{8000-4000}{3000-0} = \frac{4000}{3000} = 1\frac{1}{3}$

d. De helling van een lijn is in ieder punt van die lijn hetzelfde. Je moet dus de lijn AB doortrekken tot de lijn AB weer de grafiek van K in een punt snijdt. Dat punt ligt bij punt C . Dan q ≈ 5500.

e. Op het interval [6000 , 7000] is de gemiddelde helling groter dan op het interval [3000 , 4000].

24. Afgelegde weg s in meters en de tijd t in seconden.

a. $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(5)-s(0)}{5-0} = \frac{90-0}{5-0} = 18$

b. Aangezien in 5 seconden 90 met is afgelegd , dan kun je uit onderdeel a concluderen dat gemiddeld per seconde 18 meter is afgelegd.

c. Op [3 , 7] is : $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(7)-s(3)}{7-3} = \frac{170-40}{7-3} = \frac{130}{4}$ ≈ 32,5 m/s

25.

a. Op het interval [20 , 40] : $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{12,5-5}{40-20} = \frac{7,5}{20} = 0,375$ km/minuut = 22,5 km/uur

Op het interval [30 , 60] : $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{15-10}{60-30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ km/minuut = 10 km/uur

b. Dan is de steilheid verschillend. Dus niet overal even steil.

c. We gaan eerst de gemiddelde snelheid berekenen op het interval [0 , 20]

$\Rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5-0}{20-0} = \frac{1}{4}$ km/minuut . Net als bij opgave 15 moeten we weer de lijn doortrekken .

Nu moeten we echter de lijn door de punten (0 , 0) en (20 , 5) doortrekken. Deze lijn snijdt de grafiek weer in het punt (60 , 15) ⇒ t = 60

26. W is de winst in euro's. q is het aantal.

a. Op het interval [100 , 400] : $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{4000-0}{400-100} = \frac{4000}{300} \approx 13{,}33$ euro per stuk

b. Gemiddelde snelheid op het interval [400 , 600] : $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{3000-4000}{600-400} = \frac{-1000}{200}$ = -5 euro per stuk.
Het antwoord is negatief omdat er tussen 400 en 600 een afname is.

27. q in duizendtallen en W in duizenden euro's.

a. Op [2 , 4] is de gemiddelde snelheid: $\frac{W(4)-W(2)}{4-2} = \frac{50-20}{2} = 15$ euro per stuk.

b. Dan is de gemiddelde snelheid: $\frac{W(6)-W(4)}{6-4} = \frac{20-50}{2} = -15$ euro per stuk.

c. We moeten de lijn tekenen door het gegeven punt (2,20). Deze lijn moet een helling van 10 hebben. We zien dat deze lijn de grafiek snijdt in het punt (5,50). Dus a = 5000.

28.
$f(x) = x^2 - 4x + 1$ $x_A = 1$; $x_B = 4$ en $x_C = 6$

a. Het differentiequotiënt op het interval [1 , 5] is : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(5)-f(1)}{5-1} = \frac{6-(-2)}{4} = 2$

b. Het differentiequotiënt op het interval [4 , 5] is : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(5)-f(4)}{5-4} = \frac{6-1}{1} = 5$

29
$f(x) = x^2 - 5x$

a. Het differentiequotiënt op het interval [1 , 4] is : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{-4-(-4)}{3} = 0$

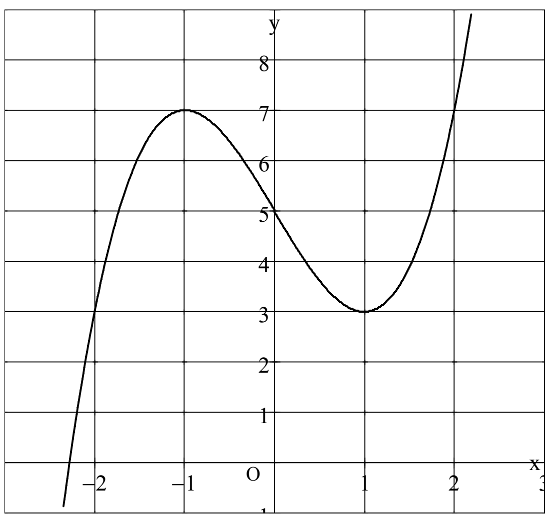
b. Het differentiequotiënt op het interval [-1 , 3] is : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)} = \frac{-6-6}{4} = -3$

c. Het differentiequotiënt op het interval [-5 , 1] is : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1)-f(-5)}{1-(-5)} = \frac{-4-50}{6} = -9$

d. Het differentiequotiënt op het interval [-5 , 4] is : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(-5)}{4-(-5)} = \frac{-4-50}{9} = -6$

30.
$f(x) = x^3 - 3x + 5$

a. Zie grafiek hiernaast.



b. Op [1 , 3] : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{23-3}{2} = 10$

c. Op [-2 , 4] : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)} = \frac{57-3}{6} = 9$

d. x_A = -3 en x_B = 1 $\Rightarrow$
De punten zijn dan :

A(-3 , -13) en B(1 , 3) $\Rightarrow$
De helling van AB is:
$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1) - f(-3)}{1-(-3)} = \frac{3-(-13)}{4} = 4$

31. $R = -0{,}001q^2 + 12q$.

a. Op het interval [2000 , 3000] geldt: $\frac{\Delta R}{\Delta x} = \frac{R(3000) - R(2000)}{3000-2000} = \frac{27000-20000}{1000} = 7$

b. Nu van 2500 tot 3000 . $\Rightarrow \frac{\Delta R}{\Delta x} = \frac{R(3000) - R(2500)}{3000-2500} = \frac{27000-23750}{500} = 6{,}5 \Rightarrow$
De gemiddelde verandering van de opbrengst is dan 6,5 euro per stuk.

c. Nu van 6500 tot 6800. $\Rightarrow \frac{\Delta R}{\Delta x} = \frac{R(6800) - R(6500)}{3000-2000} = \frac{35360-35750}{300} = -1{,}3 \Rightarrow$
De gemiddelde verandering van de opbrengst is dan -1,30 euro per stuk.

32. $N = -0{,}16t^3 + t^2 + 0{,}9t + 1{,}5$ met N in miljoenen.

a. Op [0,8 ; 1,5] : $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(1{,}5) - N(0{,}8)}{1{,}5-0{,}8} = \frac{4{,}56-2{,}778..}{0{,}7} \approx 2{,}55$

b. Op [1 ; 1,5] : $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(2{,}5) - N(1)}{2{,}5-1} = \frac{7{,}5-3{,}24}{1{,}5} = 2{,}84$

c. 1 jan. 1998 dan $t = 0$ en 31 dec. 2003 dan $t \approx 5 \Rightarrow$
$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(5) - N(0)}{5-0} = \frac{11-1.5}{5} = 1{,}9 \Rightarrow$ De gemiddelde verandering is 1,9 miljoen per jaar.

33. $f(0) = -3$ en de gemiddelde toename op [0,1] is 4 $\Rightarrow f(1) = -3 + 4 = 1$.
Op [1,3] is de gemiddelde toename 2 per eenheid . Dus per twee eenheden is de toename
$2.2 = 4 \Rightarrow f(3) = 1 + 4 = 5$.
Zo geldt verder $f(6) = 5 + 3.(-2) = -1$ en $f(10) = -1 + 4.(-1) = -5$
We hebben dus de punten : (1,1) ; (3,5) ; (6,-1) en (10,-5).

34. Bij een gemiddelde snelheid van 60 km/uur kun je op het ene moment stilstaan voor een verkeerslicht terwijl je op het andere moment een snelheid kan hebben van 100 km per uur en dus een bekeuring kan krijgen.

35. $s = 0{,}4t^2$ s is de afgelegde weg in meters en t in seconden.
Op [3 ; 3,01] geldt: $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(3{,}01) - s(3)}{3{,}01-3} = \frac{0{,}4.3{,}02^2 - 0{,}4.3^2}{0{,}01} = \frac{3{,}62404-3{,}6}{0{,}01} = \frac{0{,}02404}{0{,}01} =$
$2{,}404 \Rightarrow$ de snelheid op $t = 3$ is bij benadering 2,40 m/s

36. $s = 8 - \dfrac{5}{t-2}$ met s is de afgelegde weg in meters en t in seconden.

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(1,01)-s(1)}{0,01} = \frac{\left(8-\frac{5}{1,01+2}\right)-\left(8-\frac{5}{1+2}\right)}{0,01} = \frac{6,33887..-6,333333..}{0,01} \approx 0,554 \Rightarrow$$

De snelheid op $t = 1$ is bij benadering 0,55m/s

37. Als $\Delta t = 0$ dan deel je door 0 en dat is niet toegestaan.

38. Gegeven: $K = 0,04q^2 + 0,3q + 20$ met K in duizenden euro's en K in duizenden kg.

a. Voer in $y_1 = 0,04x^2 + 0,3x + 20$ en met de optie dy/dx vinden we: $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=20} = 1,9 \Rightarrow$

De gevraagde snelheid is 1,90 euro per kg.

b. Productie is 3200 kg $\Rightarrow q = 3,2 \Rightarrow$ met de optie dy/dx vinden we: $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=3,2} = 0,556 \Rightarrow$

De gevraagde snelheid is dan ongeveer 0,56 euro per kg.

c. Productie is 8160 kg $\Rightarrow q = 8,16 \Rightarrow$ met de optie dy/dx vinden we: $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=8,16} = 0,9528 \Rightarrow$

De gevraagde snelheid is dan ongeveer 0,95 euro per kg.

39. $N = \dfrac{2000}{1+12.0,95^t}$ met N is het aantal vissen en t de tijd in weken met $0 \le t \le 120$.

a. Voer in $y_1 = \dfrac{2000}{1+12.0,95^x}$ en met de optie dy/dx vinden we: $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=10} = 11,0 \Rightarrow$

De gevraagde snelheid is 11 vissen per week.

b. Met de optie dy/dx krijgen we : $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=33} \approx 22 \Rightarrow$ Arjan heeft dus gelijk.

c. Met de optie dy/dx krijgen we : $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=75} \approx 16,6$ Dat is minder dan bij x = 33. $\Rightarrow$ Barbara heeft dus geen gelijk.

40. $T = 37 + \dfrac{45t}{t^2+70}$ met T in graden Celsius en $t = 0$ op 1 mei 12.00 uur en $0 \le t \le 100$.

a. Voer in $y_1 = T = 37 + \dfrac{45t}{x^2+70}$ 1 mei 17.30 uur $\Rightarrow t = 5,5$. Met de optie dy/dx vinden we

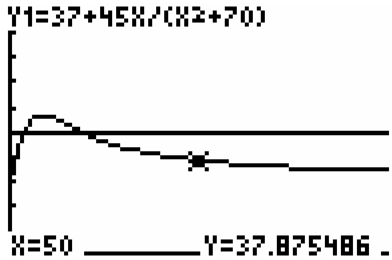
: $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=5,5} \approx 0,18 \Rightarrow$ De gevraagde snelheid is 0,18°C per uur.

b. 2 mei 8.00 uur $\Rightarrow t = 20$ $\Rightarrow$ Met de optie dy/dx vinden we : $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=20} \approx -0{,}07 \Rightarrow$

De gevraagde snelheid is 0,07°C per uur.

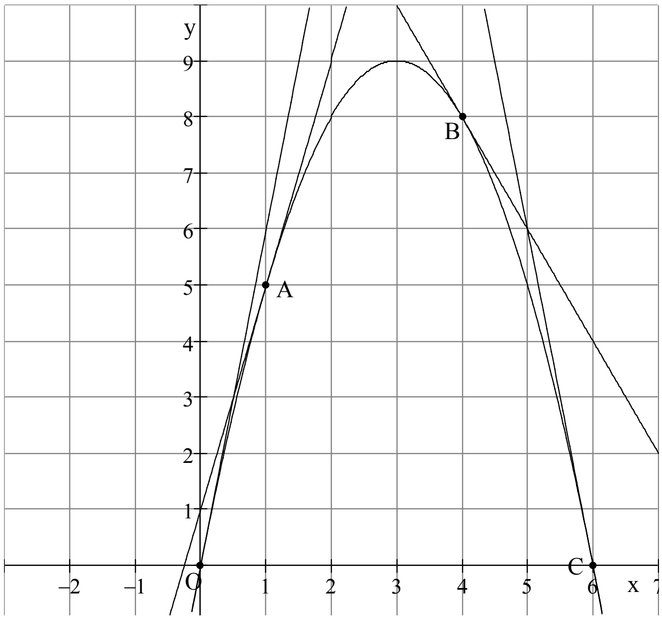
c. Met de optie maximum vinden we het bij x = 8,37 dan y = 39,7 $\Rightarrow$
Bij 8,37 hoort het tijdstip 20.22 uur $\Rightarrow$ Er is een maximale lichaamstemperatuur van 39,7°C op het tijdstip 20,22 uur van 1 mei.

d. Voer ook in $y_2 = 39$ Met intersect vinden we de snijpunten bij x = t = 3,73 en bij x = t = 18,77.
Zie nu ook de schets:



De temperatuur is dus boven de 39° voor t tussen 3,73 en 18,77
De tijdsduur is dan : 15,04 uur
Dat is dus ruim 15 uur.

41.



a. Voer in : $y_1 = 6x - x^2$ De optie dy/dx geeft een helling in x = 1 van 4.

b. De optie dy/dx in x = 4 geeft een helling van -2.

c. De snijpunten van f met de x-as vinden we uit
$6x - x^2 = 0$ □ $x(6 – x) = 0$ □ $x = 0 \vee x = 6$
De optie dy/dx in x = 0 geeft een helling van 6 en in x = 6 is de helling dan -6.

42. $f(x) = 0{,}5x^2 - 2x - 2$

a. $x_A = 3$ Voer in in GR : $y_1 = 0{,}5x^2 - 2x - 2$ Nu uit het calc-menu met de optie $\dfrac{dy}{dx}$ vind je :

r.c. $_k = \left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=3} = 1$ Stel nu k: $y = 1.x + b$ door $(3,f(3)) = (3; -3{,}5)$ $\Rightarrow -3{,}5 = 3 + b \Leftrightarrow$
$b = -6{,}5 \Rightarrow$ de vergelijking van de raaklijn wordt: $y = x - 6{,}5$

b. Snijpunt y-as $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ B(0 , -2) Weer uit GR: $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=0} = -2$ $\Rightarrow l$: $y = -2x + b$ door (0 , -2)

$\Rightarrow -2 = 0 + b \Rightarrow b = -2 \Rightarrow$ De vergelijking is : $y = -2x - 2$

c. $x_C = 2$ uit GR : $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2} = 0 \Rightarrow$ stel *m:* $y = b$ door het punt C(2 , -4) $\Rightarrow$ *m:* $y = -4$

d. $x_D = -3$ uit GR : de helling is : $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-3} = -5$

43. $g(x) = 3\sqrt{x+4}$

a. $x_P = 5$ raaklijn k invoeren in GR $y_1 = g(x)$ Nu weer uit het calc-menu de optie $\frac{dy}{dx} \Rightarrow$

$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5} = 0{,}5 \Rightarrow$ stel de vergelijking van de raaklijn k is : $y = 0{,}5x + b \Rightarrow$ door P(5 , 9) $\Rightarrow$

$9 = 2{,}5 + b \Leftrightarrow b = 6{,}5 \Rightarrow$ vergelijking van lijn k is : $y = 0{,}5x + 6{,}5$

b. $x_Q = -3$ raaklijn l invoeren in GR $y_1 = g(x)$ Nu weer uit het calc-menu de optie $\frac{dy}{dx} \Rightarrow$

$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-3} = 1{,}5 \Rightarrow$ stel de vergelijking van de raaklijn l is : $y = 1{,}5x + b \Rightarrow$ door Q(-3 , 3) $\Rightarrow$

$3 = -4{,}5 + b \Leftrightarrow b = 7{,}5 \Rightarrow$ vergelijking van lijn l is : $y = 1{,}5x + 7{,}5$

c. Nu weer uit GR $\Rightarrow$ De snelheid is: $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2,25} = 0{,}6$

d. Eerst het snijpunt R met de y-as $\Rightarrow$ R(0 , 6) dan $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0} = 0{,}75 \Rightarrow$ stel m: $y = 0{,}75x + b$ door R(0 , 6) $\Rightarrow b = 6 \Rightarrow$ de vergelijking van lijn m is: $y = 0{,}75x + 6$

44. $f(x) = -x^2 - 2x + 8$

a. $x_A = -2$ Eerst weer $y_1 = f(x)$ invoeren in GR . Optie $\frac{dy}{dx}$ uit het calc-menu $\Rightarrow \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-2} = 2 \Rightarrow$

stel k is: $y = 2x + b$ door A(-2 , 8) $\Rightarrow 8 = -4 + b \Rightarrow b = 12 \Rightarrow k$: $y = 2x + 12$

b. Snijpunt y-as $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ B(0 , 8) $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0} = -2 \Rightarrow$ stel l is: $y = -2x + b$ door B(0,8) $\Rightarrow$

$b = 8 \Rightarrow l$ is : $y = -2x + 8$

c. $x_R = -3$ en $x_T = 3 \Rightarrow$ de bijbehorende punten zijn dan na invulling in de functie f:

R(-3 , 5) en T(3 , -7) $\Rightarrow$ r.c. van lijn RT is: $\frac{y_T - y_R}{x_T - x_R} = \frac{f(3) - f(-3)}{3-(-3)} = \frac{-7-5}{6} = -2$

45.

a. Op zaterdag is de snelheid waarmee we het aantal personen dat zich in het warenhuid bevindt neemt om 13.00 uur toe met 24 personen per uur.

b. Klopt.

c. “toe “ “af “.

46. $N = -0{,}2t^3 + 4{,}5t^2 + 80t + 500$ met t in jaren.

a. 1 januari 1900 $\Rightarrow t = 10$. Voer in $y_1 = N = -0{,}2x^3 + 4{,}5x^2 + 80x + 500$
Met de optie dy/dx vinden we bij $t = 10$ dat dy/dx = 110 > 0 $\Rightarrow$ Het aantal rendieren neemt dan dus toe.

b. 1 juli 2005 $\Rightarrow t = 25{,}5$ Dan is dy/dx = -80,65 < 0 $\Rightarrow$ afname van het aantal rendieren $\Rightarrow$
1 juli is voorbij het hoogtepunt.

c. Met de optie maximum vinden we het maximum bij $t \approx 21{,}3 \Rightarrow$
Het maximum is dan dus in het jaar 2001.

d. 1 oktober 2008 $\Rightarrow t = 28{,}75 \Rightarrow$ [dy/dx] bij t = x = 28,75 geeft -157,2 $\Rightarrow$
De snelheid waarmee het aantal rendieren afneemt is ongeveer 157 rendieren per jaar.

47. 150000 inwoners ; $N = 270t^2 - 15t^3$ met t is aantal dagen en N is het aantal grieppatiënten

a.. Nu invoeren in GR $y_1 = 270x^2 - 15x^3$ en
Met de optie dy/dx vinden we bij t = x = 3,5 een waarde van 1338,75 > 0 $\Rightarrow$
Er is dan dus een toename.

b. De snelheid op $t = 8 \Rightarrow$ optie $\frac{dy}{dx}$ uit het calc-menu $\Rightarrow \left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=8} = 1440 \Rightarrow$
Op dat tijdstip is er nog steeds een toename. Het hoogtepunt is dus nog niet bereikt.

c. De snelheid op $t = 17 \Rightarrow$ optie $\frac{dy}{dx}$ uit het calc-menu $\Rightarrow \left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=17} = -3825$
De snelheid op $t = 14 \Rightarrow$ optie $\frac{dy}{dx}$ uit het calc-menu $\Rightarrow \left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=14} = -1260$
Nu geldt dat -3825 $\approx$ 3. -1260 $\Rightarrow$ Het aantal grieppatiënten neemt op $t = 17$ ongeveer drie keer zo snel af als op $t = 14$.

d. 3% van 50000 = 1500.
Voer ook in $y_2 = 1500$ Met intersect vinden we de snijpunten bij $t \approx 2{,}5$ en bij $t \approx 17{,}7$.
$\Rightarrow$ Het aantal griepgevallen is meer dan 3% gedurende 17,7 – 2,5 $\approx$ 15 dagen.

e. Voer in $y_3 = 10000$. Met intersect vinden we $t \approx 8{,}28$ en bij $t \approx 15{,}06$.
De snelheid op $t = 8{,}28 \Rightarrow$ optie $\frac{dy}{dx}$ uit het calc-menu $\Rightarrow \left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=8,28} \approx 1386$
De snelheid op $t = 15{,}06 \Rightarrow$ optie $\frac{dy}{dx}$ uit het calc-menu $\Rightarrow \left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=8} \approx -2074$
$\Rightarrow$ De snelheden zijn dan dus 1386 en -2074 patiënten per dag.

f. Als de snelheid 0 is dan zitten we bij de top van de grafiek. Dus hier bij het maximum van de grafiek. Met de optie maximum krijgen we dan het maximum bij $t \approx 12$.

48. $f(x) = -x^2 + 4x$

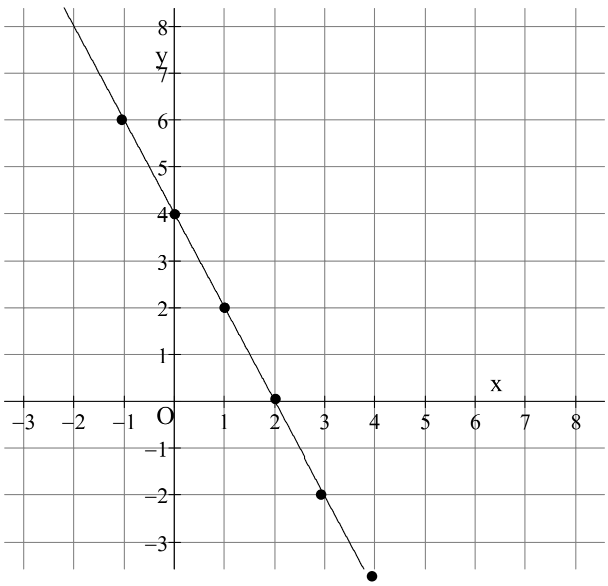
a. grafiek stijgend op < ←,2> ⇒ positieve helling
dalende grafiek op <2 , → > ⇒ negatieve helling

b. In de top T is de helling 0

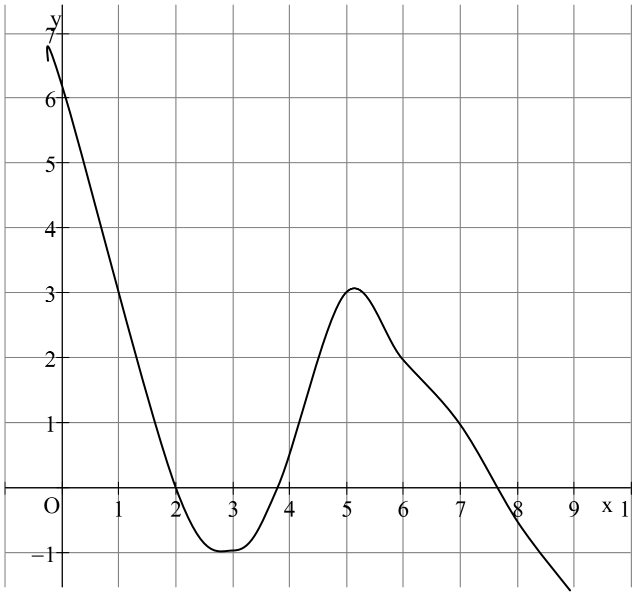
c. Voer in $y_1 = -x^2 + 4x$ en gebruik de tabel en de optie $\frac{dy}{dx}$ uit het calc-menu. ⇒

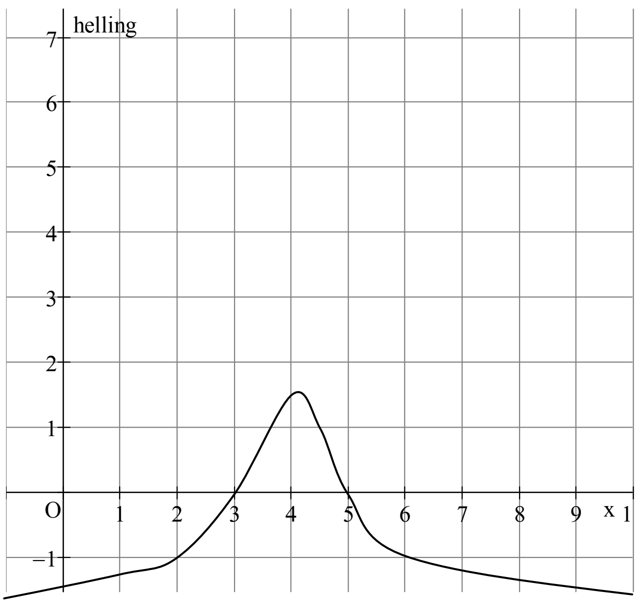
x coördinaat punt	-1	0	1	2	3	4
helling in punt	6	4	2	0	-2	-4

d.

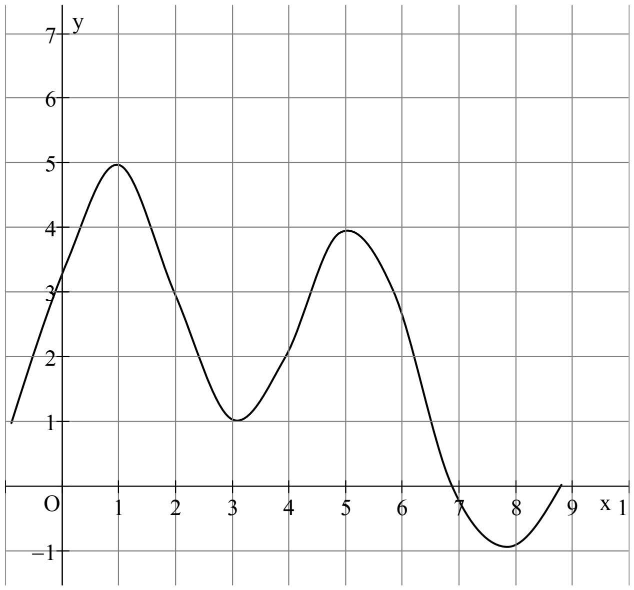


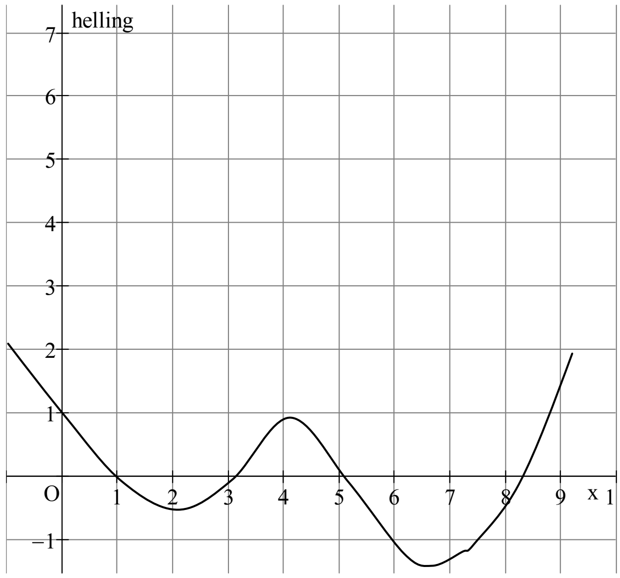
49.



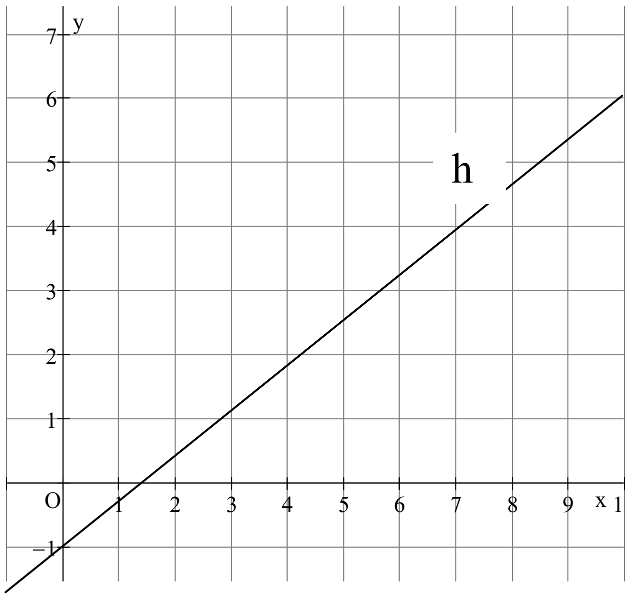


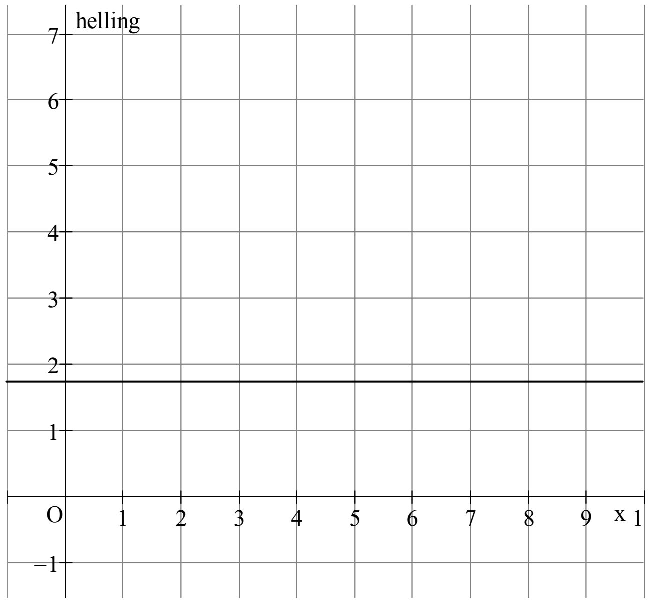
tweede figuur:





derde figuur:





50.

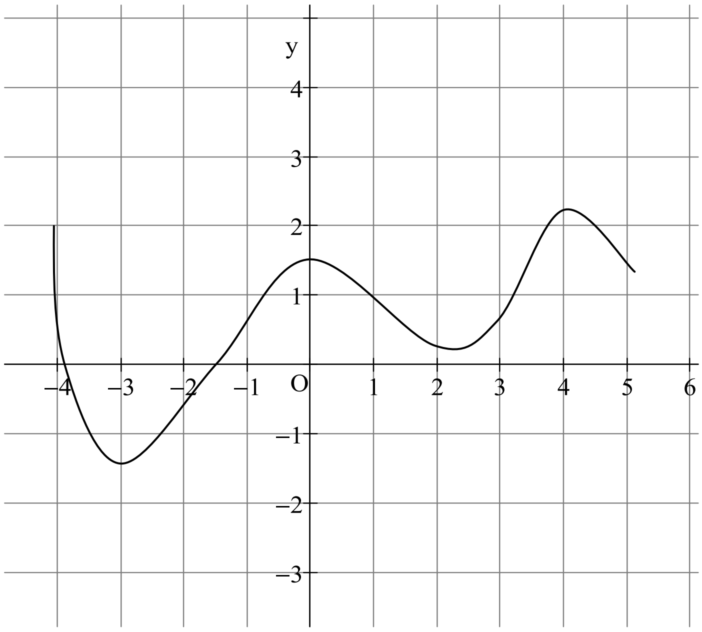
a. Voor $x < -3$ is de hellingfunctie negatief dus f is daar dalend.

b. Bij $x = -3$ is de helling 0 dus een horizontale raaklijn. Dit is een laagste punt want de grafiek gaat van dalend naar stijgend.

c. Op <-3 , 0> is de helling positief dus is de oorspronkelijke grafiek stijgend.

d. Bij $x = 0$ is de helling weer 0 en daarna is de helling negatief dus van stijgen naar dalen . er is dus een hoogste punt bij $x = 0$.

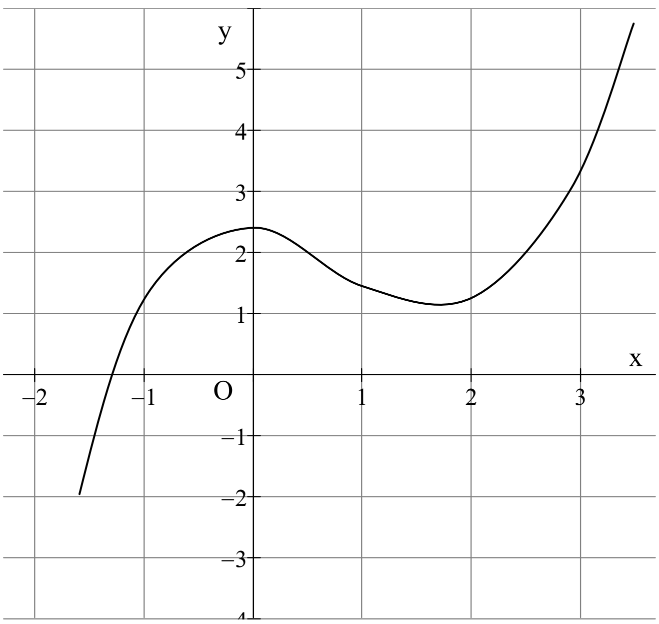
e.



51.

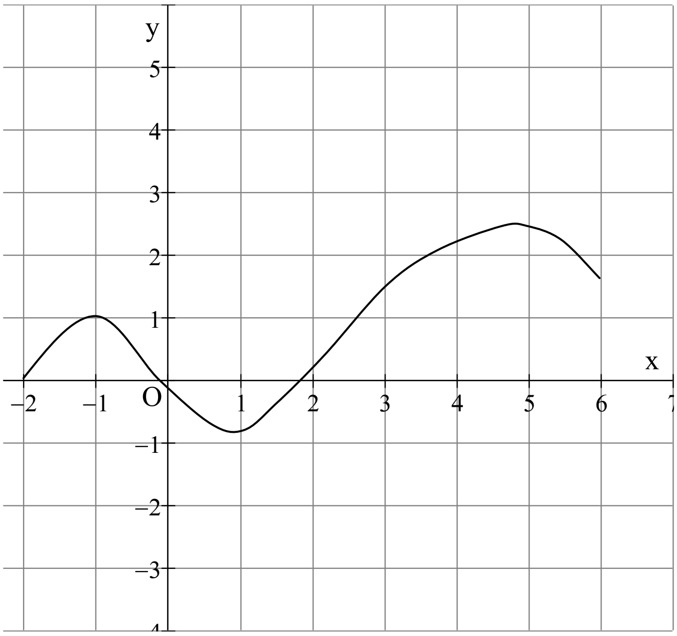
a. Uit de gegeven hellinggrafiek lezen we af de waarde van de helling van de oorspronkelijke grafiek.

x	-1,5	-1	0	1	2	3	3,5
$\frac{dy}{dx}$	5	3	0	-1	0	3	5



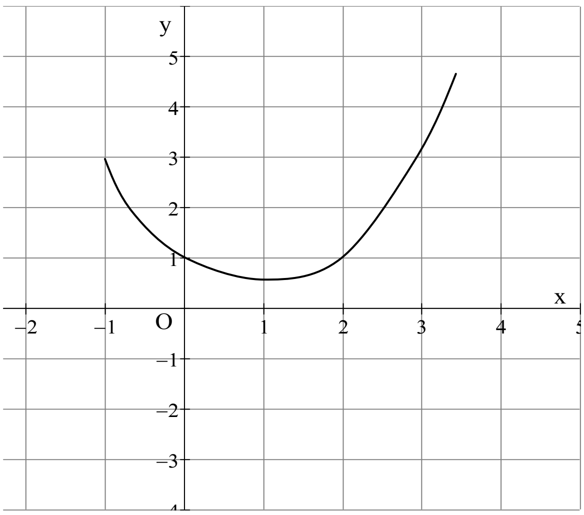
51b.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{dy}{dx}$	5	0	-1	0	1,5	0	1,5	0	-2



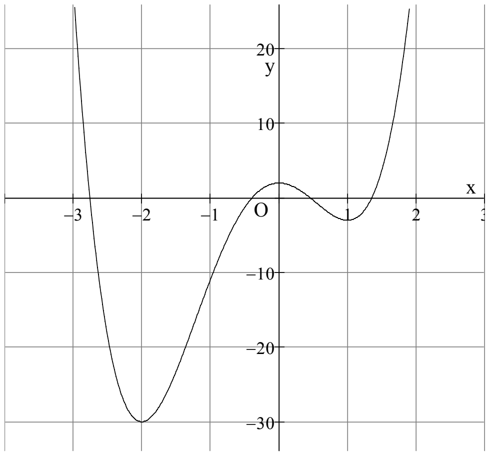
c.

x	-1	0	1	2	3	4
$\frac{dy}{dx}$	-2	-1	0	1	2	3



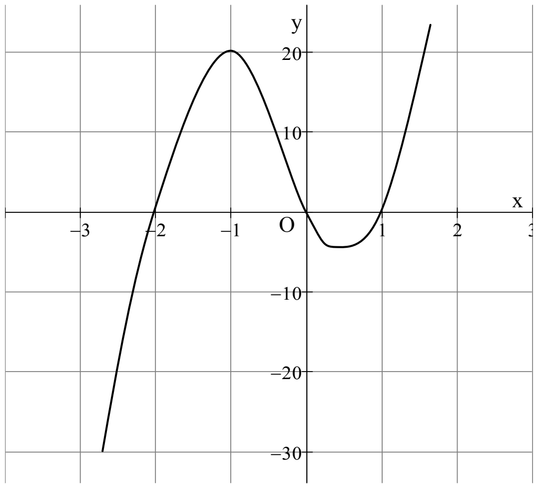
52.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\frac{dy}{dx}$	-50	0	20	0	0	50	



a. invoeren $y_1 = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 2$
met window [-3,2] X [-40 , 20]

b. Via het calc-menu en de opties maximum en minimum vinden we de toppen:
(-2 , -30) en (0 , 2) en (1 , -3)



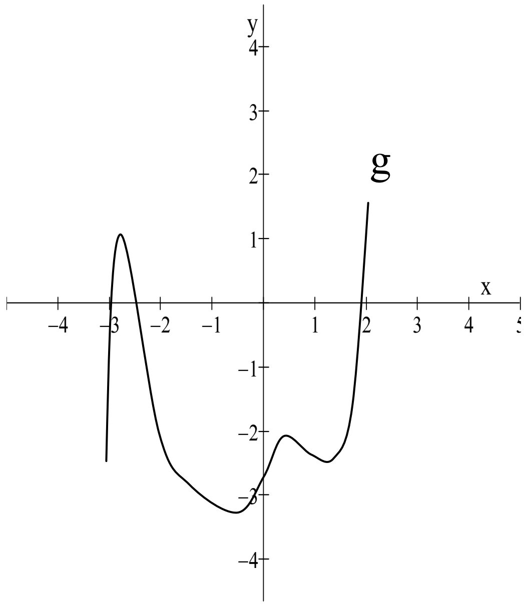
c. Nu zogoed mogelijk de hellingen aflezen uit de grafiek We moeten in de gaten houden dat 1 hokje naar rechts en 1 hokje omhoog betekent dat de helling daar 10 is. We krijgen nu zo'n beetje het volgende:

d. (-1 , a) op de hellinggrafiek $\Rightarrow$ In de hellinggrafiek lijkt a = 20. Dit is een benadering. Met de GR vinden we met de optie $\frac{dy}{dx}$ uit het calc-menu de waarde 24.
Dus a = 24

e. De grafiek van f is de hellingfunctie van een functie g.

Eerst kijken naar f: $\Rightarrow$

x	-2,75	-2	-0,5	0	0,5	1,5	2
$\frac{dy}{dx}$	0	-30	0	2	0	0	34



53.

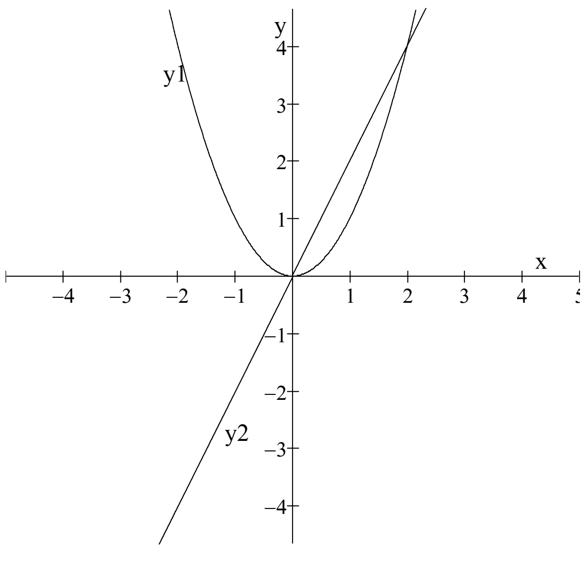
a. De grafiek is toenemend stijgend op <4 , 7> ⇒ Hellingfunctie is positief en neemt daar toe.
b. Grafiek is afnemend dalend op <8 , 12> ⇒ De hellingfunctie is negatief en stijgt.
c. Grafiek heeft een hoogste punt voor x = 2 ⇒ de hellingfunctie snijdt de x-as in (p,0) en gaat van een positieve waarde naar een negatieve waarde.
d. Grafiek in x = -1 van toenemend dalend naar afnemend dalend ⇒ de hellingfunctie heeft in x = q een minimum.

54. $f(x) = x^2$

a. Voer in: $y_1 = x^2$
y_2 = nDeriv(y_1,x,x)

b. De lijn gaat o.a. door (0,0)
(-1 , -2) en door (2,4) ⇒
Bij $y = ax$ geldt: $a = 2$

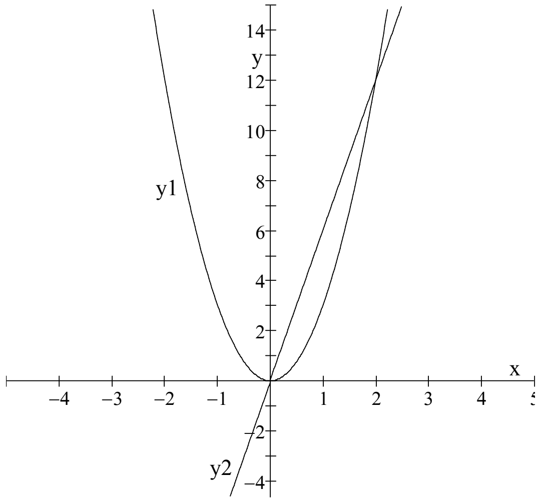
c. De helling in punt P is dan:
2 . 36 = 72



55. $g(x) = 3x^2$ en $h(x) = -0{,}5x^2$

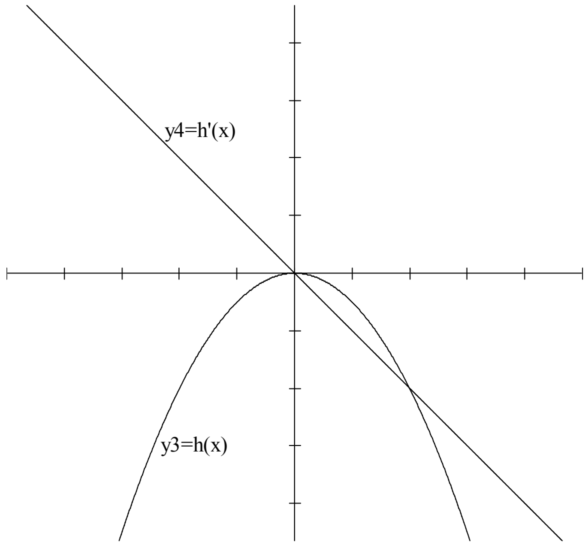
a. Voer in $y_1 = 3x^2$
$y_2 = \text{nDeriv}(y_1 , x , x)$

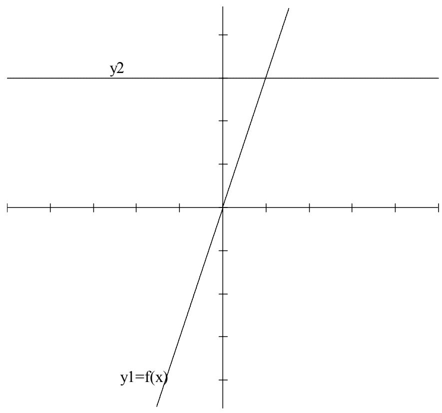
b. De lijn gaat o.a. door (1 , 6) ;
(0 , 0) en (2 , 12) $\Rightarrow$
De vergelijking is: $y = 6x$



c. Zie figuur hiernaast
$y_3 = \text{h}(x)$
$y_4 = \text{nDeriv}(y_3 , x , x)$

d. De lijn gaat door de punten (0 , 0) en (1 , 1) $\Rightarrow$
$y = -x$





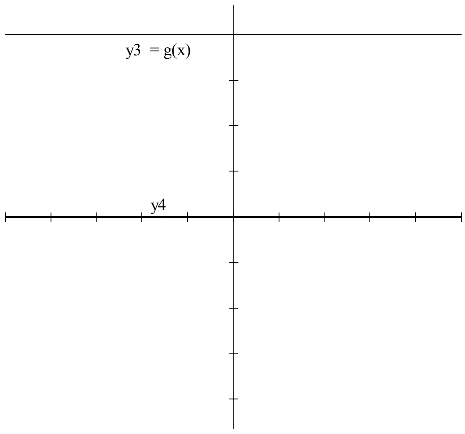
56. $\text{f}(x) = 3x$ en $\text{g}(x) = 4$

a. $y_1 = \text{f}(x) = 3x$
$y_2 = \text{nDeriv}(y_1 , x , x)$

b. De helling van de lijn $y = 3x$ is in ieder punt gelijk aan 3 dus is de hellingfunctie gelijk aan $y = 3$

c. De vergelijking van de hellingfunctie is :
$y = 3$

d. $y_3 = 4$
$y_4 = \text{nDeriv}(y_3 , x , x)$



e. De formule voor de hellingfunctie is:
$y = 0$

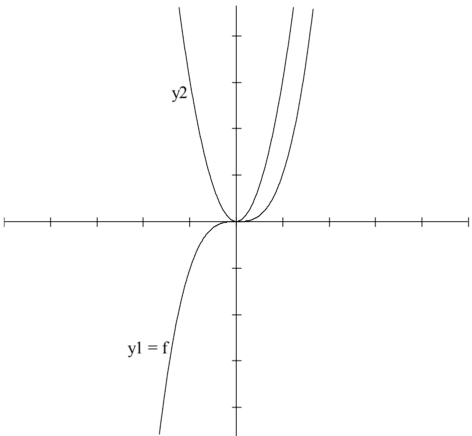
57.

a. $f(x) = -8x^2 + 7 \Rightarrow f'(x) = -16x$
b. $g(x) = -8x^2 + 7x \Rightarrow g'(x) = -16x + 7$
c. $h(x) = -x^2 + 8x - 3 \Rightarrow h'(x) = -2x + 8$
d. $k(x) = -0{,}25x^2 + x - 1 \Rightarrow k'(x) = -0{,}5x + 1$

58.

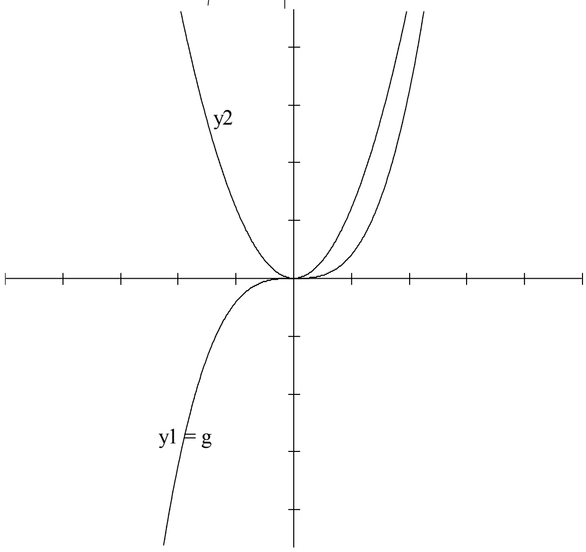
a. $f(x) = (5x + 7)(4 - 3x) = 20x - 15x^2 + 28 - 21x = -15x^2 - x + 28 \quad \Rightarrow f'(x) = -30x - 1$
b. $g(x) = (3x + 6)^2 - 8x = 9x^2 + 36x + 36 - 8x = 9x^2 + 28x + 36 \quad \Rightarrow g'(x) = 18x + 28$
c. $h(x) = 5(x - 3)^2 + 5(2x - 1) = 5(x^2 - 6x + 9) + 10x - 5 = 5x^2 - 30x + 45 + 10x - 5 =$
$5x^2 - 20x + 40 \quad \Rightarrow h'(x) = 10x - 20$
d. $k(x) = -3(x - 1)(5 - 9x) - 8(x - 7) = -3(5x - 9x^2 - 5 + 9x) - 8x + 56 = -15x + 27x^2 + 15 - 27x$
$- 8x + 56 = 27x^2 - 50x + 71 \quad \Rightarrow k'(x) = 54x - 50$

59. $f(x) = x^3$



a $y_1 = x^3$
$y_2 = \text{nDeriv}(y_1 , x , x) = f'$

b. De grafiek van f' gaat bijv. door het punt (1 , 3) $\Rightarrow 3 = a \,.\, 1^2 \Rightarrow$
$a = 3$



c. $y_1 = 0{,}4x^3$
$y_2 = \text{nDeriv}(y_1 , x , x)$

$g'(x) = ax^2$
Het is moeilijk te zien , maar de grafiek van $g'(x)$ gaat bijv. door het punt (1 , 1.2) $\Rightarrow 1{,}2 = a \,.\, 1^2 \Rightarrow$
$a = 1{,}2$

60.

a. $f(x) = 5x^6 - 3x^5 + 2x - 7 \quad \Rightarrow f'(x) = 30x^5 - 15x^4 + 2$

b. $g(x) = -2x^8 - 4x^4 + 7{,}2 \quad \Rightarrow g'(x) = -16x^7 - 16x^3$

c. $h(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x - 1 \quad \Rightarrow h'(x) = -x^2 - x - 1$

d. $k(q) = 1 + 3q - 3q^2 - 5q^7 \quad \Rightarrow k'(q) = 3 - 6q - 35q^6$

61.

a. $f(x) = (3x - 1)(x^2 + 5x) = 3x^3 + 15x^2 - x^2 - 5x = 3x^3 + 14x^2 - 5x \Rightarrow f'(x) = 9x^2 + 28x - 5$

b. $g(x) = (3x^3 - 1)^2 = 9x^6 - 6x^3 + 1 \quad \Rightarrow g'(x) = 54x^5 - 18x^2$

c. $h(x) = (5x^5 - 3)(3x - 2) = 15x^6 - 10x^5 - 9x - 6 \quad \Rightarrow h'(x) = 90x^5 - 50x^4 - 9$

d. $k(x) = 5 - 3(x^4 - x)(x + 1) = 5 - 3(x^5 + x^4 - x^2 - x) = 5 - 3x^5 - 3x^4 + 3x^2 + 3x =$
$-3x^5 - 3x^4 + 3x^2 + 3x + 5 \quad \Rightarrow k'(x) = -15x^4 - 12x^3 + 6x + 3$

e. $l(t) = (5t^3 - t)(3t^5 + t) = 15t^8 + 5t^4 - 3t^6 - t^2 \quad \Rightarrow l'(t) = 120t^7 + 20t^3 - 18t^5 - 2t$

f. $m(q) = 1 - (3q^2 - 2)^2 = 1 - (9q^4 - 12q^2 + 4) = -9q^4 + 12q^2 - 3 \Rightarrow m'(q) = -36q^3 + 24q$

62.

Gegeven $f(x) = x^2 - 3x - 1$ en punt A met $x_A = 4$

a. $f'(x) = 2x - 3$; $f'(4) = 2.4 - 3 = 5$ en $f(4) = 16 - 12 - 1 = 3$

b. y_A is de functiewaarde bij het punt A $\Rightarrow$ we moeten $f(4)$ hebben.

c. Nu de helling in A $\Rightarrow f'(4)$ moet Bastiaan hebben.

63. $f(x) = 0{,}5x^3 - 2x^2 + 2$

a. Punt A met $x_A = 4$ Raaklijn $\Rightarrow f'(x) = 1{,}5x^2 - 4x$ Stel de vergelijking van k is : $y = ax + b$
$\Rightarrow a = f'(4) = 24 - 16 = 8 \Rightarrow y = 8x + b$ door het raakpunt A(4 , $f(4)) = (4 , 2) \Rightarrow 2 = 32 +$
$b \Rightarrow b = -30 \Rightarrow$ de vergelijking van k is : $y = 8x - 30$

b. Punt B met $x_B = -2$ Stel m: $y = ax + b \Rightarrow a = f'(-2) = 14 \Rightarrow y = 14x + b$ door het punt
B (-2 , -10) $\Rightarrow -10 = 14 . (-2) + b \Rightarrow b = 18 \Rightarrow$ verg. m is: $y = 14x + 18$

64. Gegeven $f(x) = 2x^2 - 6x$

a. Punt A met $x_A = -3 \Rightarrow$ raakpunt A(-3 , 36) Stel de vergelijking van l is: $y = ax + b$
$f'(x) = 4x - 6 \Rightarrow a = f'(-3) = -18 \Rightarrow y = -18x + b$ door het punt A $\Rightarrow 36 = -18 . (-3) + b$
$\Rightarrow b = 36 - 54 = -18 \Rightarrow$ de verg. van lijn l is: $y = -18x - 18$

b. We gaan eerst de snijpunten met de x-as berekenen $\Rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 2x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow$
$x = 0 \vee x = 3 \Rightarrow$ P(3 , 0) Raaklijn n in P $\Rightarrow f'(3) = 6$ Stel $y = ax + b \Rightarrow a = f'(3) = 6 \Rightarrow$
$y = 6x + b$ door P(3 , 0) $\Rightarrow 0 = 6 . 3 + b \Leftrightarrow b = -18 \Rightarrow n : y = 6x - 18$

65. Gegeven $f(x) = (x^2 - 4)(x + 1)$

a. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2x - 4$

b. Punt A met $x_A = -3 \Rightarrow$ A(-3 , -10) Stel $k : y = ax + b$ a = $f'(-3) = 17 \Rightarrow y = 17x + b \Rightarrow$ doot het punt A $\Rightarrow -10 = 17 \,.\, (-3) + b \Rightarrow b = 41 \Rightarrow k:\ y = 17x + 41$

c. f snijden met de y-as $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ B(0 , -4) Nu de raaklijn l in B . Stel de vergelijking van l is : $y = ax + b$ $a = f'(0) = -4 \Rightarrow y = -4x + b$ door B $\Rightarrow -4 = 0 + b \Rightarrow b = -4 \Rightarrow$ de vergelijking van l is : $y = -4x - 4$

d. f snijden met de x-as $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \vee x = -1 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2 \vee x = -1 \Rightarrow$ Punt C is dus: (2 , 0) Stel de vergelijking van lijn m is: $y = ax + b \Rightarrow$ a = $f'(2) = 12 \Rightarrow y = 12x + b$ door C(2 , 0) $\Rightarrow 0 = 24 + b \Leftrightarrow b = -24 \Rightarrow m:\ y = 12x - 24$

66.

a. $f(x) = a.x \Rightarrow f'(x) = 1.a.x^0 = 1.a.1 = a$

$g(x) = c \Rightarrow g(x) = c.1 = c.x^0 \Rightarrow g'(x) = 0.c.x^{-1} = 0$

b. $f(x) = x^3 + 5x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 10x$ Niet nogmaals differentiëren.

c. $f(x) = x^4 - 3x \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 3$

Natuurlijk mag hij niet schrijven $x^4 - 3x = 4x^3 - 3$ want links staat $f(x)$ en rechts $f'(x)$.

67.

a. $f'(x) = 5x^2 + 3a^4 \Rightarrow f'(x) = 10x + 0 = 10x$

b. $f(a) = 5x^2 + 3a^4 \Rightarrow f'(a) = 0 + 12a^3 = 12a^3$

c. Bij de notatie y' zie je niet wat de variabele is.

68.

a. $\frac{d}{dx}(4x^3 - x^2 + 5x - 2) = 12x^2 - 2x + 5$

b. $\frac{d}{dt}(t^3 - 3t + 3) = 3t^2 - 3$

c. $\frac{d}{da}(5 - a^2) = -2a$

d. $\frac{d}{dq}(-q^3 + 8q^2 + 100) = -3q^2 + 16q$

e. $\frac{d}{dx}(7x^2 - 8x^4) = 14x - 32x^3$

f. $\frac{d}{dq}(q^3 + \frac{1}{3}q) = 3q^2 + \frac{1}{3}$

69.

a. $\frac{d(9x^2-5px)}{dx}=18x-5p$

b. $\frac{d(9x^2-5px)}{dp}=0-5x=-5x$

c. $\frac{d(a^3-3at^2)}{dt}=0-6at=-6at$

d. $\frac{d(a^3-3at^2)}{da}=3a^2-3t^2$

e. $\frac{d(x-3)(x^2+7)}{dx}=\frac{d(x^3+7x-3x^2-21)}{dx}=3x^2+7-6x=3x^2-6x+7$

f. $\frac{d(x-5)^2}{dx}=\frac{d(x^2-10x+25)}{dx}=2x-10$

70. Gegeven: $N(t)=-4t^2+40t+4$

a. $N'(t) = -8t + 40 \Rightarrow N'(5) = -40 + 40 = 0$. Het punt bij $t = 5$ is de top van de grafiek.

b. Het maximum is hier bij de top. $\Rightarrow$ max $N(5) = 104$.

71. $N=t^3-8t+200$ met t in dagen en $0 \le t \le 10$ en $t = 0$ op 1 januari om 0.00 uur.

a. 2 januari om 12 uur $\Rightarrow t = 1{,}5$ $\quad \frac{dN}{dt}=3t^2-8 \quad \Rightarrow \left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=1,5}=3.1{,}5^2-8=-1{,}25<0 \Rightarrow$
bij $t = 1{,}5$ daalt N en neemt dus het aantal bacteriën af.

b. 5 januari 12,00 uur $\Rightarrow t = 4{,}5 \Rightarrow \left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=4,5}=3.4{,}5^2-8=52{,}75>0 \Rightarrow$
bij $t = 4{,}5$ stijgt N en neemt het aantal bacteriën dus toe.

c. 6 januari $\Rightarrow$ t van 5 tot 6 $\Rightarrow$ de toename is dan : $N(6) - N(5) = 368 - 285 = 83 \Rightarrow$
Er zijn dus 83 miljoen bacteriën bij gekomen.

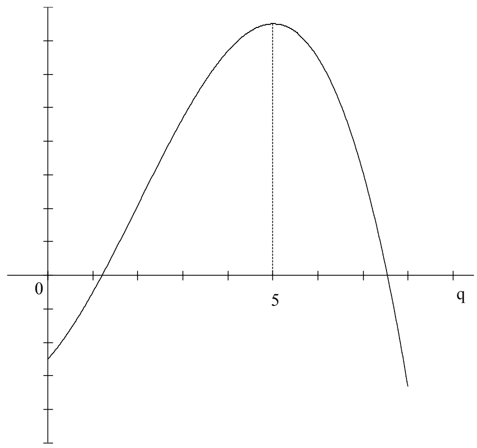
d. 3 januari om 4.00 uur $\Rightarrow t = 2\frac{1}{6} \Rightarrow \left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=2\frac{1}{6}}=3.\left(2\frac{1}{6}\right)^2-8 \approx 6{,}08 \Rightarrow$ de snelheid is dan

ongeveer 6,08 miljoen bacteriën per dag $\Rightarrow$ dat is $\frac{6{,}08 \text{ miljoen}}{24.60.60 \text{ seconden}} \approx 70$ per seconde

72. $R=-0{,}01q^2+100q \Rightarrow \frac{dR}{dq}=-0{,}02q+100 \Rightarrow \frac{dR}{dq}=0 \Leftrightarrow -0{,}02q+100=0 \Leftrightarrow q=5000$
Het is een bergparabool $\Rightarrow$ er is dus een maximum. $\Rightarrow$ max $R(q) = -0{,}01.5000^2 + 100.5000 =$
250000 euro

73. $W = -q^3 + 6q^2 + 15q - 25 \;\Rightarrow\; \dfrac{dW}{dq} = -3q^2 + 12q + 15 = 0 \;\Leftrightarrow$

$q^2 - 4q - 5 = 0 \Leftrightarrow$
$(q - 5)(q + 1) = 0 \Leftrightarrow\; q = 5 \vee q = -1$ (voldoet niet)
Uit de schets volgt dat er een maximum is bij $q = 5 \Rightarrow$
$W_{max} = 75 \;\Rightarrow$
De maximale winst is 75000 euro bij een productie van 5000 per maand.



74. $N = 2t^2 - 80t + 1400$; t is de tijd in dagen en $t = 0$ op 1 juli om 0.00 uur.

a. $N'(t) = 4t - 80$; 10 juli om 12.00 uur $\Rightarrow t = 9{,}5 \Rightarrow N'(9{,}5) = -42 < 0 \;\Rightarrow$ bij $t = 9{,}5$ daalt N $\Rightarrow$ de populatie neemt dan dus af.

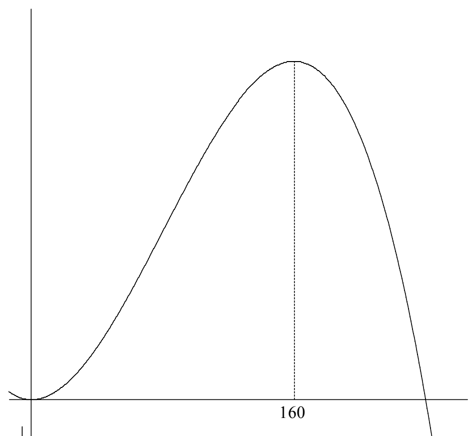
b. $N'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t - 80 = 0 \;\Leftrightarrow t = 20$ N is een dalparabool $\Rightarrow$ er is dus sprake van een minimum. $\Rightarrow$ min $N(20) = 2.20^2 - 80.20 + 1400 = 600 \;\Rightarrow$ het minimaal aantal insecten is 600 bij $t = 20$ dus op 21 juli om 0.00 uur.

c. 30 juli is van 30 juli 0.00 uur tot 31 juli 0.00 uur $\Rightarrow t$ van 29 tot 30
$t = 29 \Rightarrow N = 762$ en $t = 30$ dan $N = 800 \;\Rightarrow$ de toename is dus 38 $\Rightarrow$ de procentuele toename is dus: $\dfrac{38}{762}.100\% \approx 5{,}0\%$

75. $R = 0{,}48q^2 - 0{,}002q^3$

a.. $R'(q) = 0{,}96q - 0{,}006q^2$ er geldt :
$R'(160) = 0{,}96 \,.\, 160 - 0{,}006 \,.\, 160^2 = 0 \;\Rightarrow$
bij $q = 160$ is er een top. Nu de schets:
daar volgt uit dat er een maximum is bij $q = 160$

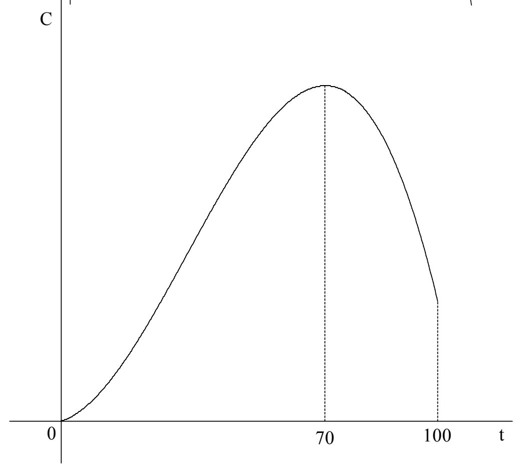
b. $R(160) = 4096 \Rightarrow$ de maximale opbrengst is dus 4096 euro



76. $C = 0{,}28t + 0{,}04t^2 - 0{,}0004t^3$; met C in mg per 100 ml en $0 \le t \le 100$ in minuten

a. 1,5 uur $\Rightarrow t = 90 \;\Rightarrow C(90) = 57{,}6 \;\Rightarrow$
$57{,}6\dfrac{mg}{100ml} = 567$ mg/liter

b. $\dfrac{dC}{dt} = 0{,}28 + 0{,}08t - 0{,}0012t^2 \;\Rightarrow C'(0) = 0{,}28 > 0 \;\Rightarrow$
de concentratie gaat direct na de injectie stijgen.



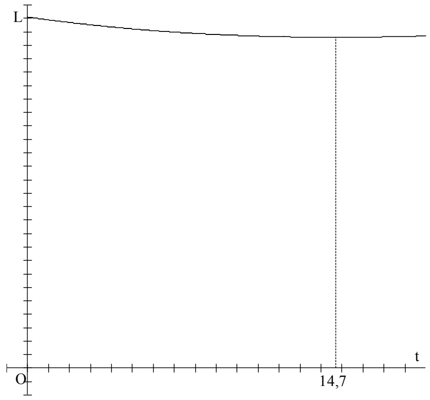
c. C '(70) = 0 en uit de schets volgt dat er een maximum is bij $t = 70$.

77. $L = -0,000069t^3 + 0,009t^2 - 0,22t + 26,1 \Rightarrow$
L '(t) = -0,000207t^2 + 0,018t – 0,22

a. L' (25) = -0,000207 . 25^2 + 0,018 . 25 + 26,1 ≈ 0,10 Dit wil zeggen dat de snelheid waarop vrouwen hun eerste kind krijgen in 1975 toenam met 0,10 jaar per jaar.

b. 1960 ⇒ t = 10 ⇒ L '(10) -0,0607 < 0 ⇒ bij t = 10 daalt de grafiek ⇒ de gemiddelde leeftijd neemt dus af.

c. L '(t) = 0 ⇒ -0,000207t^2 + 0,018t – 0,22 = 0 Voer in
y_1 = -0,000207x^2 + 0,018x – 0,22 = 0
Neem het window [0 , 70] de optie zero geeft :
x ≈ *14,7* Verder blijkt uit de schets dat bij
x≈ 14,7 er sprake is van een minimum.
Dus het minimum in het jaar 1965.



d. Voer ook in y_2 = 30
De optie intersect levert x ≈ 56,8
Dus in het jaar 2007.

78.
N = -4t^3 + 45t^2 met 0 ≤ t ≤ 11 en t = 0 om 8.00 uur.

a. $\frac{dN}{dt} = -12t^2 + 90t$; kwart over twee ⇒ t = 6,25 ⇒ $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=6,25} = 93,75 > 0$ ⇒
bij t = 6,25 stijgt N ⇒ het aantal bezoekers neemt dus toe.

b. N '(t) = 0 ⇒ -12t^2 + 90t = 0 ⇔ t(90 – 12t) = 0 ⇔ $t = 0 \vee t = 7,5$

c. Bij 13.00 uur hoort t = 5 met N = 625
Bij 14.00 uur hoort t = 6 met N = 756
Het aantal bezoekers is dus 756 – 625 = 131

d. Invoeren in GR $y_1 = -4x^3 + 45x^2$ en y_2 = 750
M.b.v. intersect vinden we x ≈ 5,945 en x ≈ 8,863
Als t = 5,945 dan tijdstip 14.00 uur en als t ≈ 8,863 dan is het ongeveer 16.50 uur ⇒
tussen 14.00 uur en 16.50 uur is het aantal bezoekers meer dan 750.